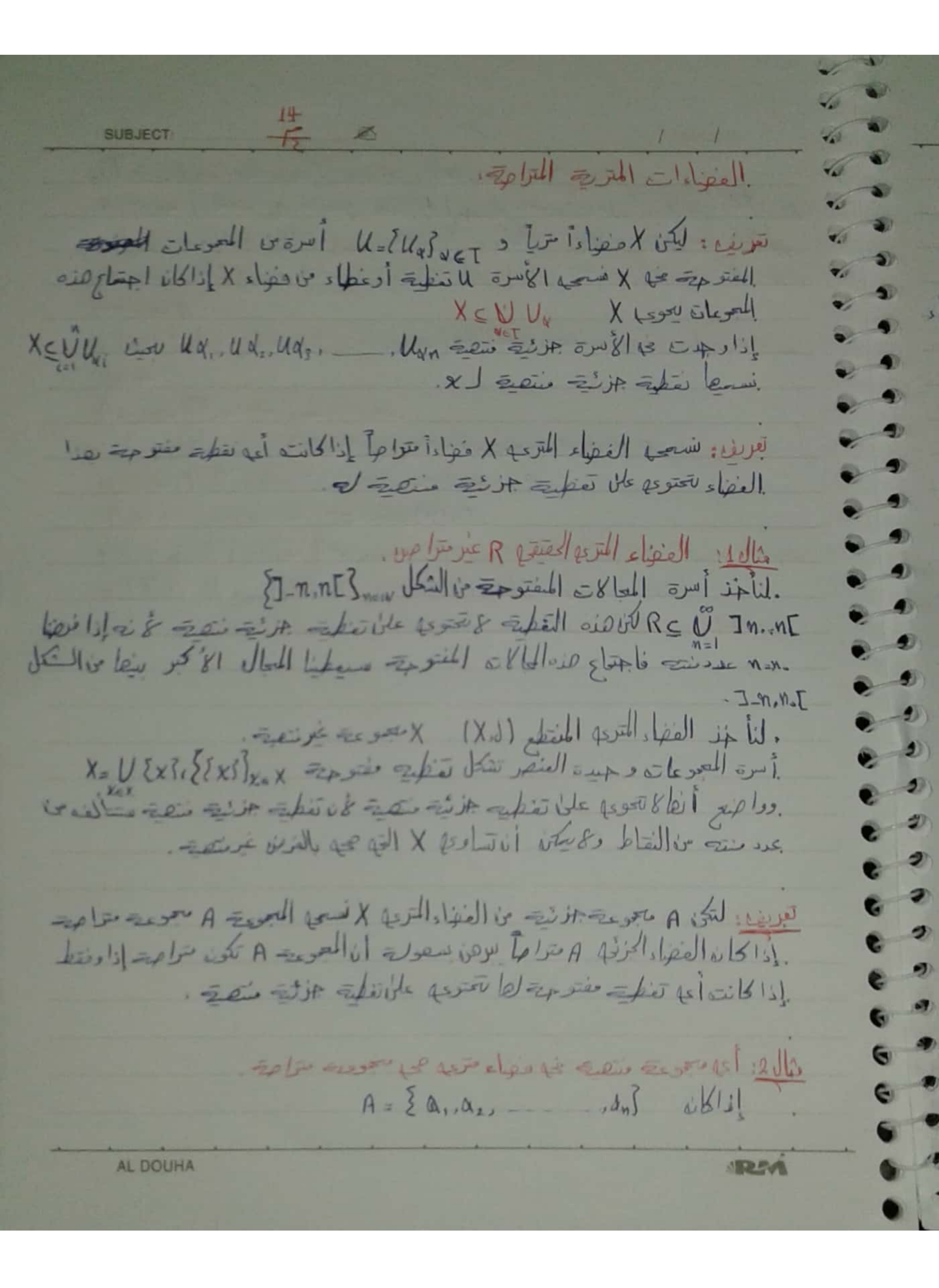


الفضاءات المترية المتراصة.

تعريف: ليكن X فضاءاً مترياً و $\mathcal{U}=\{U_\alpha\}_{\alpha\in I}$ أسرة من المجموعات المفتوحة في X نسمي الأسرة $\mathcal{U}$ تغطية أو غطاء من فضاء X إذا كان اجتماع هذه المجموعات يحوي X $\quad X\subseteq\bigcup_{\alpha\in I}U_\alpha$

إذا وجدت في الأسرة جزئية منتهية $U_{\alpha_1},U_{\alpha_2},U_{\alpha_3},\dots,U_{\alpha_n}$ بحيث $X\subseteq\bigcup_{i=1}^{n}U_{\alpha_i}$ نسميها تغطية جزئية منتهية لـ X.

تعريف: نسمي الفضاء المتري X فضاءاً متراصاً إذا كانت أي تغطية مفتوحة لهذا الفضاء تحتوي على تغطية جزئية منتهية له.

مثال 1: الفضاء المتري الحقيقي $\mathbb{R}$ غير متراص.

لنأخذ أسرة المجالات المفتوحة من الشكل $\{]-n,n[\}_{n\in\mathbb{N}}$

$\mathbb{R}\subseteq\bigcup_{n=1}^{\infty}]-n,n[$ لكن هذه التغطية لا تحتوي على تغطية جزئية منتهية لأنه إذا فرضنا $n=n_0$ عدد منته فاجتماع هذه المجالات سيعطينا المجال الأكبر بينها من الشكل $]-n_0,n_0[$.

لنأخذ الفضاء المتري المتقطع (X,d) X مجموعة غير منتهية.

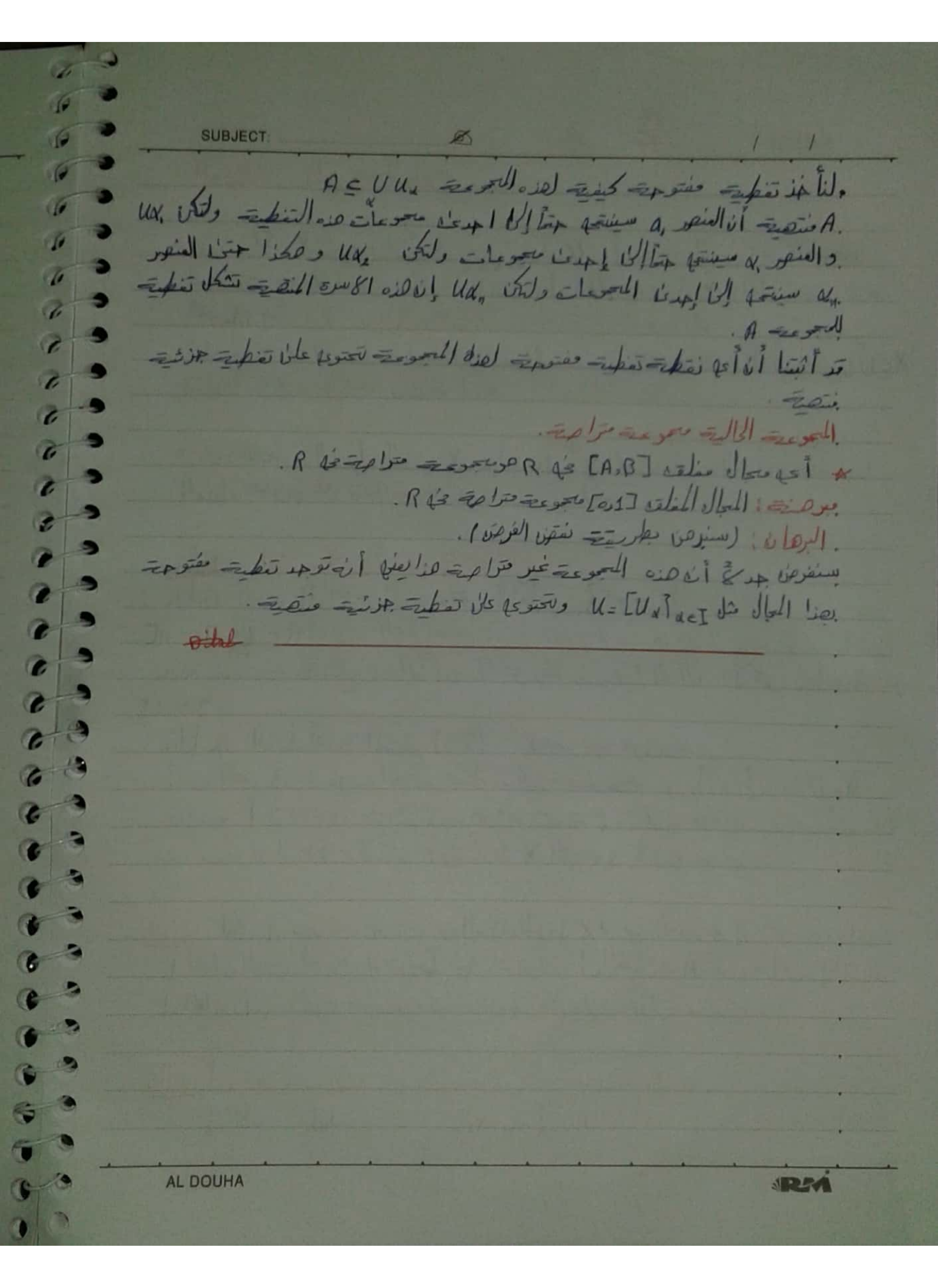
أسرة المجموعات وحيدة العنصر تشكل تغطية مفتوحة $\{\{x\}\}_{x\in X}$ ، $X=\bigcup_{x\in X}\{x\}$

وواضح أنها لا تحتوي على تغطية جزئية منتهية لأن تغطية جزئية منتهية ستتألف من عدد منته من النقاط ولا يمكن أن تساوي X التي هي بالفرض غير منتهية.

تعريف: لتكن A مجموعة جزئية من الفضاء المتري X نسمي المجموعة A مجموعة متراصة إذا كان الفضاء الجزئي A متراصاً يبرهن بسهولة أن المجموعة A تكون متراصة إذا وفقط إذا كانت أي تغطية مفتوحة لها تحتوي على تغطية جزئية منتهية.

مثال 2: أي مجموعة منتهية في فضاء متري هي مجموعة متراصة.

إذا كان $A=\{a_1,a_2,\dots,a_n\}$



SUBJECT:

لنأخذ تغطية مفتوحة كيفية لهذه المجموعة $A \subseteq \bigcup_{\alpha} U_{\alpha}$
منتهية A أن العنصر a_1 سينتمي حتماً إلى احدى مجموعات هذه التغطية ولتكن U_{α_1}
والعنصر a_2 سينتمي حتماً إلى إحدى مجموعات ولتكن U_{α_2} وهكذا حتى العنصر
a_n سينتمي إلى إحدى المجموعات ولتكن U_{α_n} إن هذه الأسرة المنتهية تشكل تغطية
للمجموعة A.
قد أثبتنا أن أي نقطة تغطية مفتوحة لهذه المجموعة تحتوي على تغطية جزئية
منتهية.
المجموعة الحالية مجموعة متراصة.
★ أي مجال مغلق $[A,B]$ في R هو مجموعة متراصة في R.
مبرهنة: المجال المغلق $[0,1]$ مجموعة متراصة في R.
البرهان: (سنبرهن بطريقة نقض الفرض).
سنفرض جدلاً أن هذه المجموعة غير متراصة هذا يعني أنه توجد تغطية مفتوحة
لهذا المجال مثل $U = [U_{\alpha}]_{\alpha \in I}$ وتحتوي كل تغطية جزئية منتهية.

~~Bilal~~

AL DOUHA